

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

1 октября 2013 года

9 класс

Вариант МА90101

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

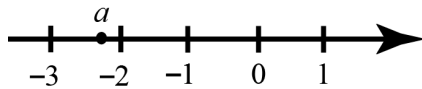
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $1,4 \cdot 2,4 + 0,24$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a < 2$ 2) $-1 - a > 0$ 3) $\frac{1}{a} > 0$ 4) $a + 3 < 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел:

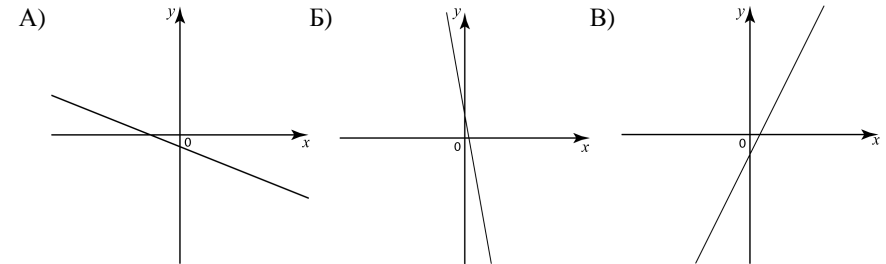
- 1) $\sqrt{18}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) 5 4) $\sqrt{5} + \sqrt{6}$

4 Решите уравнение $\frac{5x+4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}$.

Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k < 0, b < 0$
2) $k > 0, b > 0$
3) $k < 0, b > 0$
4) $k > 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия 14, 9, 4, ... Какое число стоит в этой последовательности на 81-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{64b^2 + 128b + 64}{b} : \left(\frac{4}{b} + 4\right)$ при $b = -\frac{15}{16}$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 < 361$.

- 1) $(-\infty; -19) \cup (19; +\infty)$ 3) $(-19; 19)$
2) $(-\infty; -19] \cup [19; +\infty)$ 4) $[-19; 19]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 136° , угол CAD равен 82° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

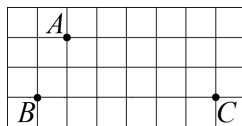
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 20$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите BC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{см} \times 1\text{см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Через любую точку проходит не менее одной прямой.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 65° , то эти две прямые параллельны.
- 3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

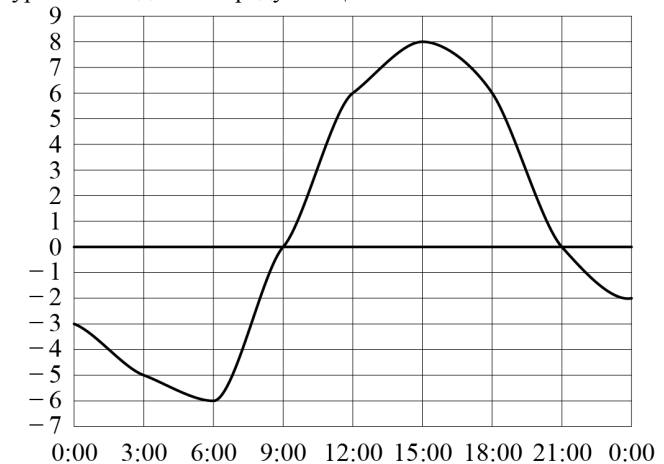
14 В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60–69	70–79
«4»	70–79	80–89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в феврале 65 слов за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

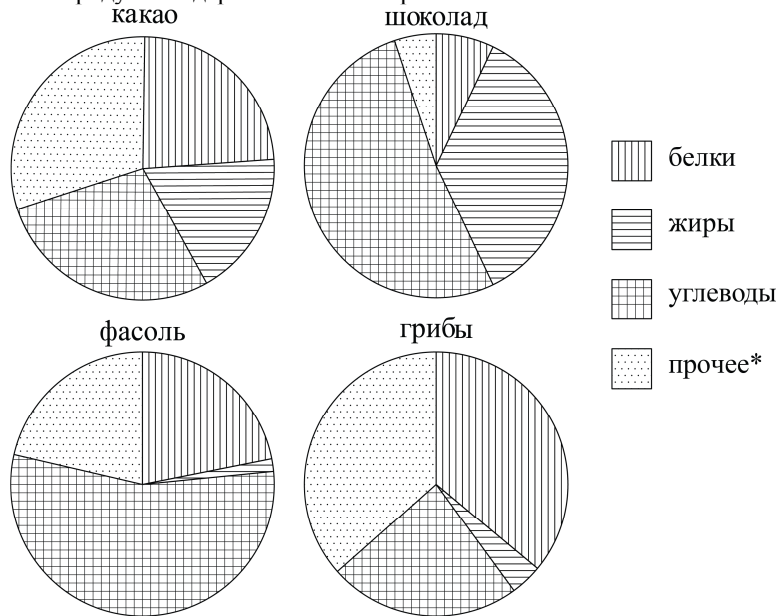
16 Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 3000 рублей. В марте он стал стоить 2790 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по март?

Ответ: _____.

- 17** Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 550 м. Затем повернул на север и прошёл 480 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание белков превышает 30%.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Стас, Денис, Костя, Маша, Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Ответ: _____.

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}C$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}F$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует 111° по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 6x = 0$.
- 22** Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x-1| - |x+1| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 16. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 7 и 6 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 14. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

1 октября 2013 года

9 класс

Вариант МА90102

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

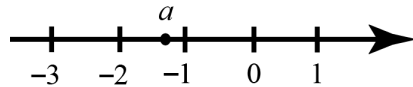
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $2,7 \cdot 1,5 + 0,15$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a < 1$ 2) $-2 - a > 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a + 4 < 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

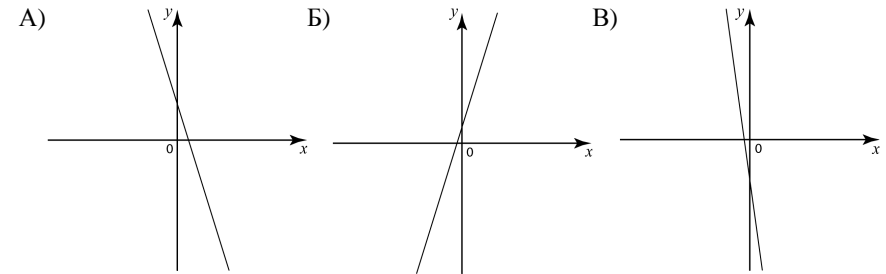
- 1) $\sqrt{35}$ 2) $2\sqrt{7}$ 3) 6 4) $\sqrt{7} + \sqrt{6}$

4 Решите уравнение $\frac{x+8}{3} + 3 = \frac{x}{6}$.

Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k < 0, b > 0$
2) $k > 0, b < 0$
3) $k > 0, b > 0$
4) $k < 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия $-19, -15, -11, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 81-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{b^2 + 18b + 81}{b} : \left(\frac{9}{b} + 1\right)$ при $b = -\frac{11}{2}$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 \geq 289$.

- 1) $(-\infty; -17) \cup (17; +\infty)$ 3) $(-17; 17)$
2) $(-\infty; -17] \cup [17; +\infty)$ 4) $[-17; 17]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 42° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

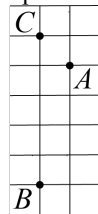
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 18$, $\operatorname{tg} A = 3$. Найдите BC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 54 и одна сторона на 3 больше другой.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Любые две прямые имеют не менее одной общей точки.
- 2) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые перпендикулярны.
- 3) Если угол равен 38° , то смежный с ним равен 142° .

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

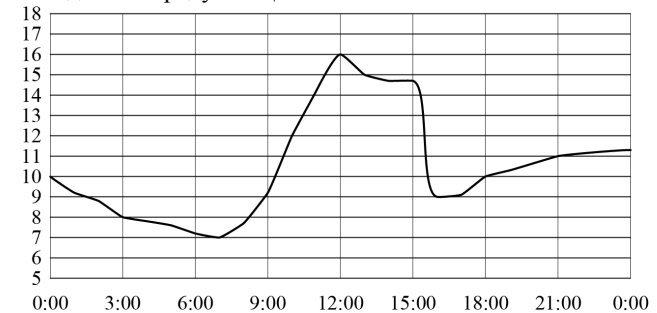
14 В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60–69	70–79
«4»	70–79	80–89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в сентябре 77 слов за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

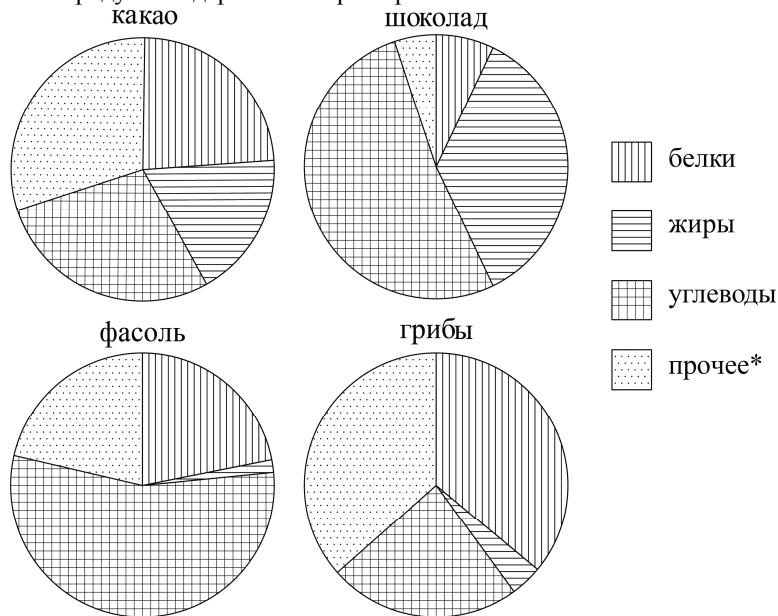
16 Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 3000 рублей. В апреле он стал стоить 2160 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по апрель?

Ответ: _____.

17 Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 80 м. Затем повернул на север и прошёл 150 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров превышает 25%.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Оля, Алёша, Андрей, Миша, Марина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ: _____.

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}C$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}F$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует -9° по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 8x = 0$.
- 22** Артём и Миша выполняют одинаковый тест. Артём отвечает за час на 15 вопросов теста, а Миша — на 18. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Артём закончил свой тест позже Миши на 56 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 2| - |x + 2| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 11. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр вписанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 5 и 2 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 10. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

1 октября 2013 года

9 класс

Вариант МА90103

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

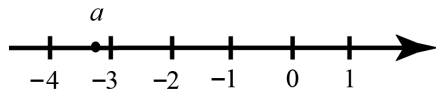
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $5,4 \cdot 0,8 + 0,08$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > 4$ 2) $-3 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} > 0$ 4) $a + 1 < 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

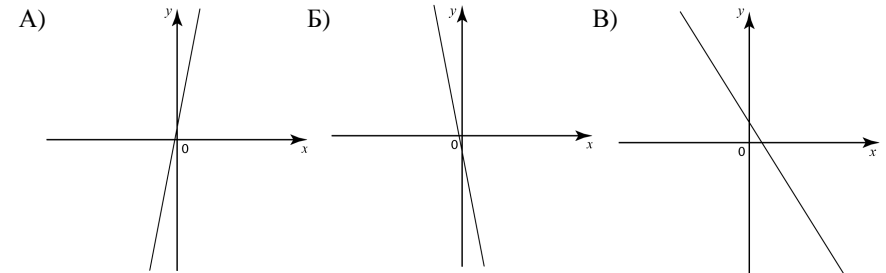
- 1) $\sqrt{15}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 3 4) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

4 Решите уравнение $\frac{x+1}{8} + 1 = \frac{x}{2}$.

Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k < 0, b < 0$
2) $k > 0, b > 0$
3) $k > 0, b < 0$
4) $k < 0, b > 0$

Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия $-18, -11, -4, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 21-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{27b^2 + 108b + 108}{b} : \left(\frac{6}{b} + 3\right)$ при $b = -\frac{4}{9}$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 > 529$.

- 1) $(-\infty; -23) \cup (23; +\infty)$ 3) $(-23; 23)$
2) $(-\infty; -23] \cup [23; +\infty)$ 4) $[-23; 23]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 80° , угол CAD равен 54° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

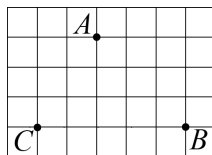
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\operatorname{tg} A = 1,5$. Найдите BC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна сторона на 5 больше другой.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Любые три прямые имеют не более одной общей точки.
- 2) Если угол равен 120° , то смежный с ним равен 120° .
- 3) Если расстояние от точки до прямой больше 3, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше 3.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

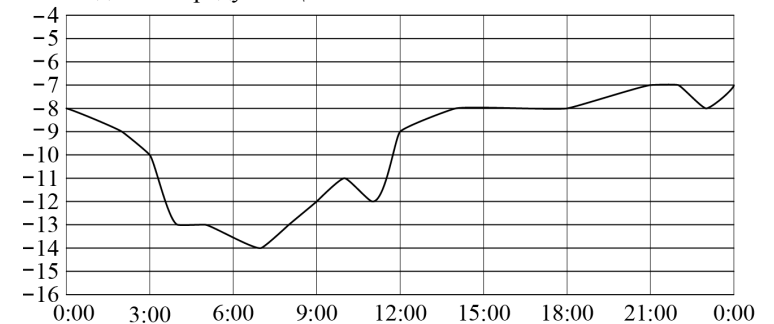
14 В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60–69	70–79
«4»	70–79	80–89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в ноябре 82 слова за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

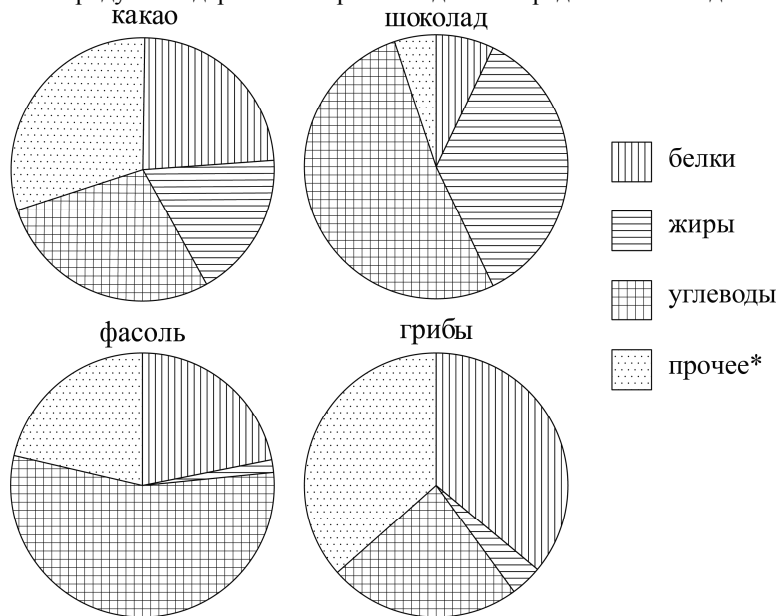
16 Поступивший в продажу в апреле мобильный телефон стоил 4000 рублей. В сентябре он стал стоить 2560 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с апреля по сентябрь?

Ответ: _____.

17 Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 400 м. Затем повернул на север и прошёл 90 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров находится в пределах от 15% до 25%.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ: _____.

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}C$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}F$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует 49° по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$.
- 22** Костя и Руслан выполняют одинаковый тест. Костя отвечает за час на 19 вопросов теста, а Руслан — на 20. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Костя закончил свой тест позже Руслана на 9 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x+1| - |x-1| - x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 19. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и центр вписанной окружности треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 7,5. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

1 октября 2013 года

9 класс

Вариант МА90104

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

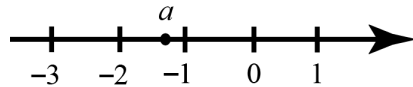
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $1,4 \cdot 2,4 + 0,24$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a < 1$ 2) $-2 - a > 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a + 4 < 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

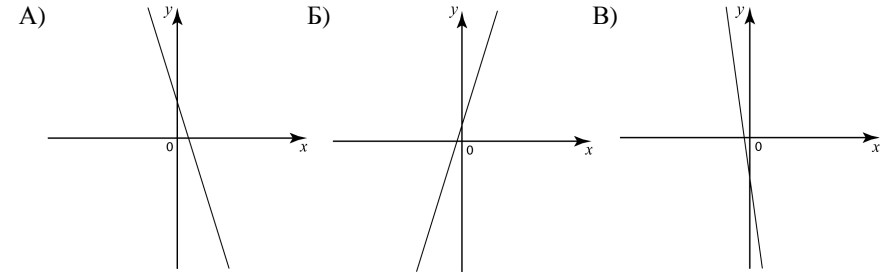
- 1) $\sqrt{15}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 3 4) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

4 Решите уравнение $\frac{5x+4}{2} + 3 = \frac{9x}{4}$.

Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k < 0, b > 0$
2) $k > 0, b < 0$
3) $k > 0, b > 0$
4) $k < 0, b < 0$

Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия $-18, -11, -4, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 21-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{64b^2 + 128b + 64}{b} : \left(\frac{4}{b} + 4\right)$ при $b = -\frac{15}{16}$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 \geq 289$.

- 1) $(-\infty; -17) \cup (17; +\infty)$ 3) $(-17; 17)$
2) $(-\infty; -17] \cup [17; +\infty)$ 4) $[-17; 17]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 80° , угол CAD равен 54° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

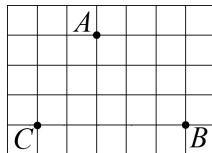
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 20$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите BC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 54 и одна сторона на 3 больше другой.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Через любую точку проходит не менее одной прямой.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 65° , то эти две прямые параллельны.
- 3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

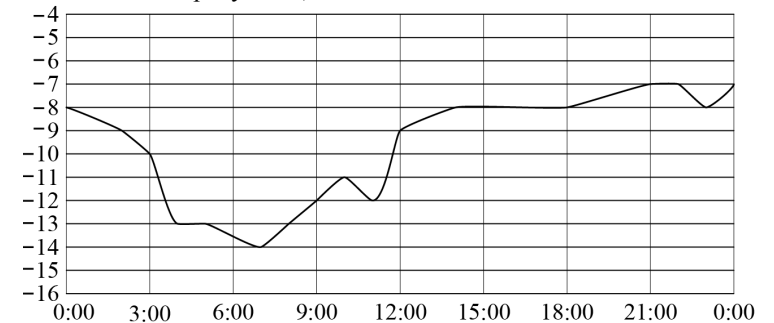
14 В таблице представлены нормативы по технике чтения в третьем классе.

Отметка	Количество прочитанных слов в минуту	
	I и II четверти	III и IV четверти
«2»	59 и менее	69 и менее
«3»	60–69	70–79
«4»	70–79	80–89
«5»	80 и более	90 и более

Какую отметку получит третьеклассник, прочитавший в сентябре 77 слов за минуту?

- 1) «2» 2) «3» 3) «4» 4) «5»

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

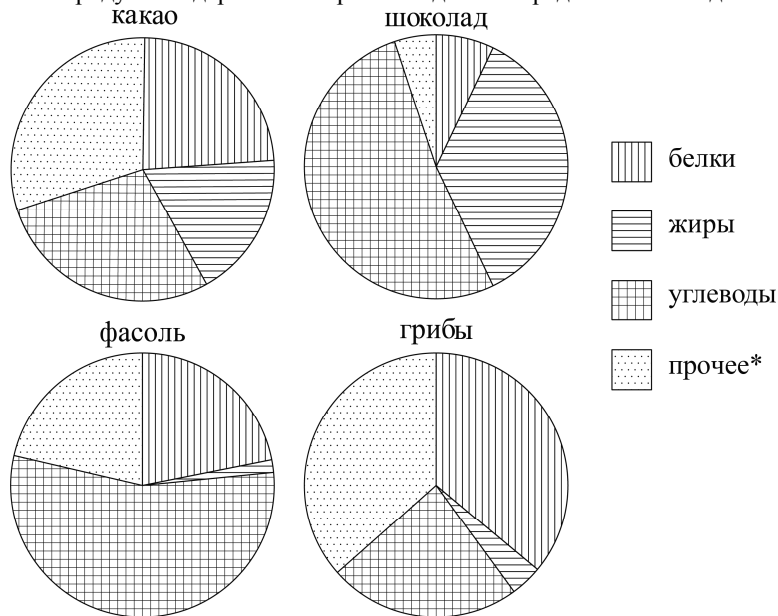
16 Поступивший в продажу в январе мобильный телефон стоил 3000 рублей. В марте он стал стоить 2790 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с января по март?

Ответ: _____.

17 Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 80 м. Затем повернул на север и прошёл 150 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров находится в пределах от 15% до 25%.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

- 19** Стас, Денис, Костя, Маша, Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Ответ: _____.

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}C$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}F$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует -9° по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$.
- 22** Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 2| - |x + 2| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 19. Найдите её среднюю линию.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.
- 26** Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 5 и 2 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 10. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Диагностическая работа № 1**по МАТЕМАТИКЕ****1 октября 2013 года****9 класс****Вариант МА90105****Район****Город (населённый пункт)****Школа****Класс****Фамилия****Имя****Отчество****Инструкция по выполнению работы****Общее время работы** — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

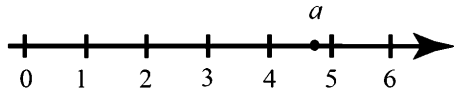
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $4,6 \cdot 3,4 - 0,34$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -6$ 2) $5 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a - 7 > 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{22}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) $(\sqrt{6})^2$ 4) $\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{3}}$

4 Решите уравнение $3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}$.

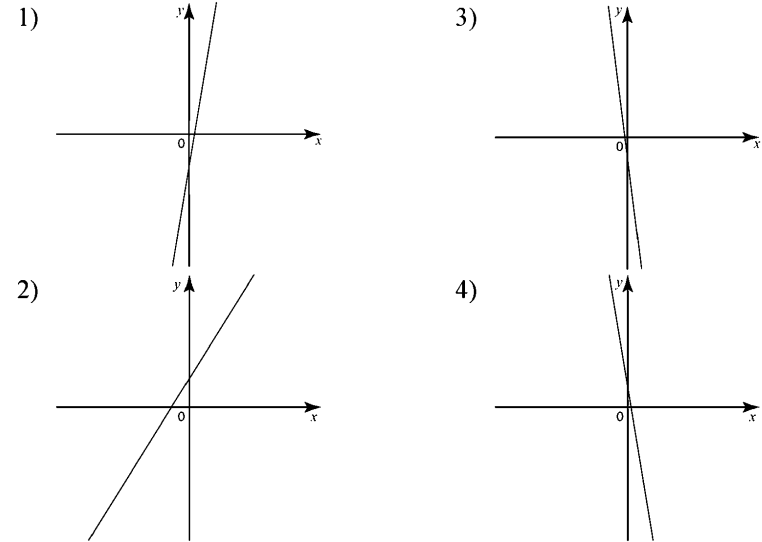
Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $k < 0, b < 0$
Б) $k > 0, b > 0$
В) $k > 0, b < 0$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия 8, 4, 0, ... Какое число стоит в этой последовательности на 7-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = -5$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 + 23x \leq 0$.

- 1) $(-\infty; -23) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-23; 0)$
 2) $(-\infty; -23] \cup [0; +\infty)$ 4) $[-23; 0]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 19° , угол CAI равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

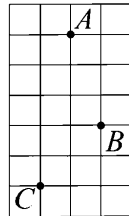
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 20$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите AC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 92, а отношение соседних сторон равно $3 : 20$.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A, B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Смежные углы равны.
 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
 3) Если угол равен 108° , то вертикальный с ним равен 108° .

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

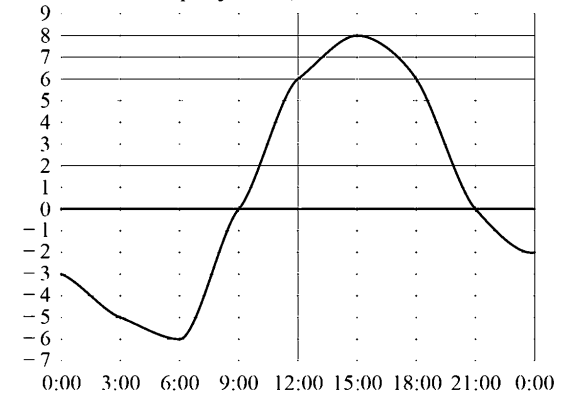
14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11–20	21–40	41–60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 175 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 110 км/ч ?

- 1) 100 рублей 3) 1000 рублей
 2) 300 рублей 4) 2500 рублей

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

16 Клубника стоит 180 рублей за килограмм, а клюква — 250 рублей за килограмм. На сколько процентов клубника дешевле клюквы?

Ответ: _____.

Диагностическая работа № 1**по МАТЕМАТИКЕ****1 октября 2013 года****9 класс****Вариант МА90106****Район****Город (населённый пункт)****Школа****Класс****Фамилия****Имя****Отчество****Инструкция по выполнению работы****Общее время работы** — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

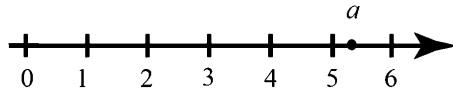
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $2,5 \cdot 3,5 - 0,35$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -5$ 2) $6 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a - 3 > 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{22}$ 2) $2\sqrt{7}$ 3) $(\sqrt{7})^2$ 4) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

4 Решите уравнение $1 - \frac{x}{2} = \frac{x}{3}$.

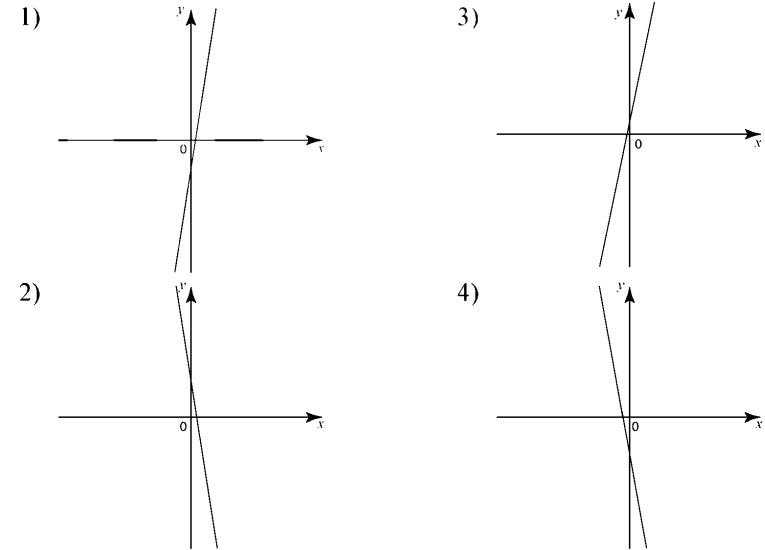
Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $k < 0, b > 0$
Б) $k > 0, b > 0$
В) $k > 0, b < 0$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия 11, 7, 3, ... Какое число стоит в этой последовательности на 7-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{3} + \frac{3}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+3}$ при $a = 6$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 - 18x \geq 0$.

- 1) $(-\infty; 0) \cup (18; +\infty)$ 3) $(0; 18)$
 2) $(-\infty; 0] \cup [18; +\infty)$ 4) $[0; 18]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 71° , угол CAD равен 61° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

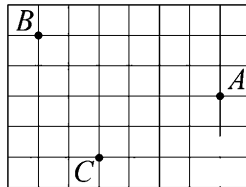
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 18$, $\operatorname{tg} A = 3$. Найдите AC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 60, а отношение соседних сторон равно 4:11.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A, B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 37° , то эти две прямые параллельны.
- 2) Через любые три точки проходит не более одной прямой.
- 3) Сумма вертикальных углов равна 180° .

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

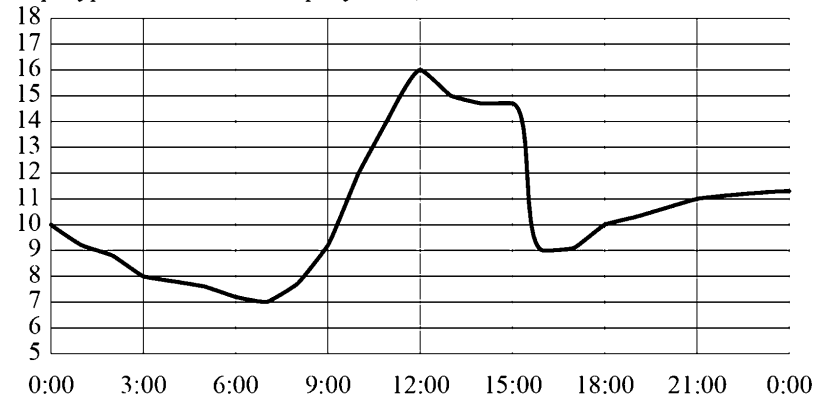
14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11–20	21–40	41–60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 112 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 90 км/ч ?

- 1) 100 рублей 3) 1000 рублей
 2) 300 рублей 4) 2500 рублей

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

16 Виноград стоит 160 рублей за килограмм, а малина — 200 рублей за килограмм. На сколько процентов виноград дешевле малины?

Ответ: _____.

Диагностическая работа № 1

по МАТЕМАТИКЕ

1 октября 2013 года

9 класс

Вариант МА90107

Район	_____
Город (населённый пункт)	_____
Школа	_____
Класс	_____
Фамилия	_____
Имя	_____
Отчество	_____

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

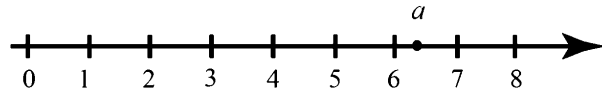
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $6,1 \cdot 8,3 - 0,83$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -6$ 2) $9 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} > 0$ 4) $a - 8 > 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{24}$ 2) $3\sqrt{6}$ 3) $(\sqrt{6})^2$ 4) $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{2}}$

4 Решите уравнение $4 - \frac{x}{7} = \frac{x}{9}$.

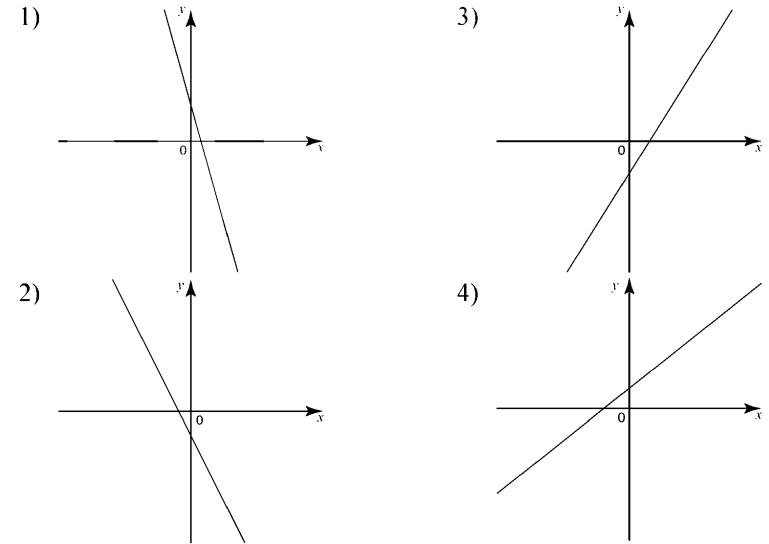
Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $k < 0, b > 0$
Б) $k < 0, b < 0$
В) $k > 0, b > 0$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия $-15, -8, -1, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 6-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = 2$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 + 15x > 0$.

- 1) $(-\infty; -15) \cup (0; +\infty)$ 3) $(-15; 0)$
 2) $(-\infty; -15] \cup [0; +\infty)$ 4) $[-15; 0]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 14° , угол CAD равен 30° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

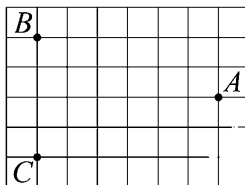
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 12$, $\operatorname{tg} A = 1,5$. Найдите AC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 102, а отношение соседних сторон равно 2:15.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если угол равен 47° , то смежный с ним равен 153° .
 2) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
 3) Через любую точку проходит ровно одна прямая.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

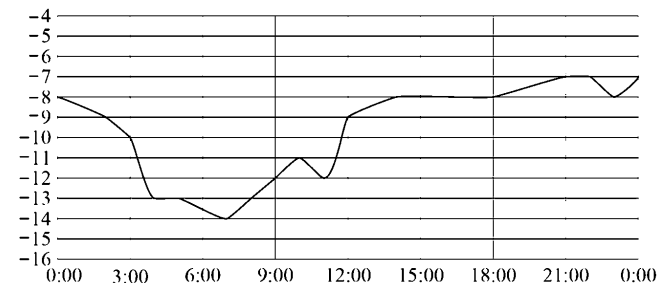
14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11–20	21–40	41–60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 103 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 60 км/ч?

- 1) 100 рублей 3) 1000 рублей
 2) 300 рублей 4) 2500 рублей

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

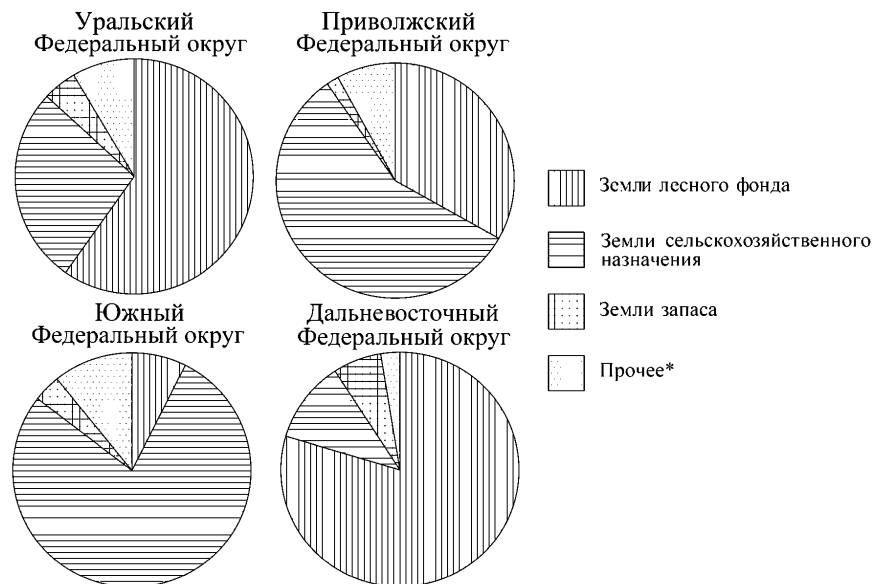
16 Черешня стоит 150 рублей за килограмм, а виноград — 160 рублей за килограмм. На сколько процентов черешня дешевле винограда?

Ответ: _____.

17 Девочка прошла от дома по направлению на запад 880 м. Затем повернула на север и прошла 900 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 400 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано распределение земель Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного Федеральных округов по категориям. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель лесного фонда превышает 70%.



*Прочее — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) Уральский ФО 3) Южный ФО
2) Приволжский ФО 4) Дальневосточный ФО

- 19** Гена, Юра, Филипп, Вадим и Таня бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет Таня.

Ответ: _____.

- 20** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}\text{F}$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 244° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$.
- 22** Две трубы наполняют бассейн за 57 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 19 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?
- 23** Постройте график функции $y = |x + 1| - |x - 1|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Основания трапеции равны 4 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , точка пересечения высот H и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .
- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 6, 1 и 7 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Диагностическая работа № 1**по МАТЕМАТИКЕ****1 октября 2013 года****9 класс****Вариант МА90108****Район****Город (населённый пункт)****Школа****Класс****Фамилия****Имя****Отчество****Инструкция по выполнению работы****Общее время работы** — 235 минут.

Характеристика работы. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1.

Советы и указания по выполнению работы. Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14, 18) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный и обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Как оценивается работа. Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

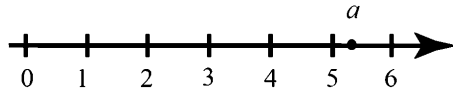
Желаем успеха!

Часть 1
Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $4,6 \cdot 3,4 - 0,34$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $-a > -5$ 2) $6 - a < 0$ 3) $\frac{1}{a} < 0$ 4) $a - 3 > 0$

3 Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{24}$ 2) $3\sqrt{6}$ 3) $(\sqrt{6})^2$ 4) $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{2}}$

4 Решите уравнение $3 - \frac{x}{7} = \frac{x}{3}$.

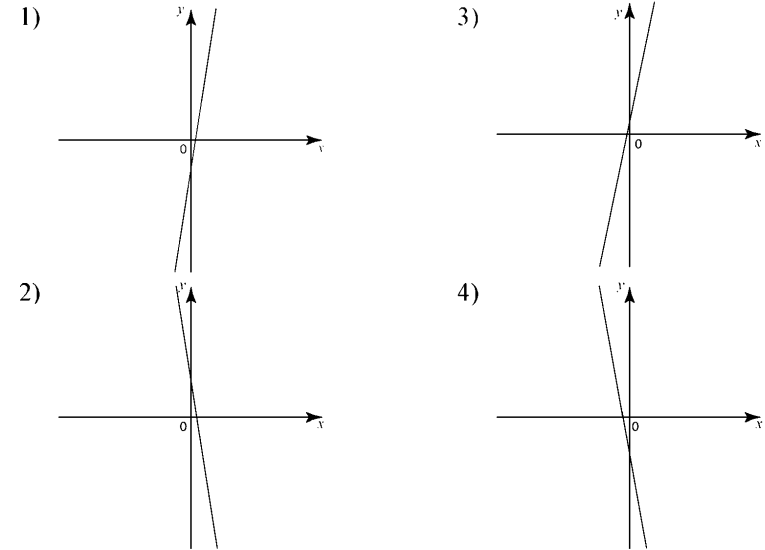
Ответ: _____.

5 На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $k < 0, b > 0$
Б) $k > 0, b > 0$
В) $k > 0, b < 0$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия $-15, -8, -1, \dots$. Какое число стоит в этой последовательности на 6-м месте?

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left(a + \frac{1}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+1}$ при $a = -5$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $x^2 - 18x \geq 0$.

- 1) $(-\infty; 0) \cup (18; +\infty)$ 3) $(0; 18)$
 2) $(-\infty; 0] \cup [18; +\infty)$ 4) $[0; 18]$

Модуль «Геометрия»

9 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 14° , угол CAD равен 30° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

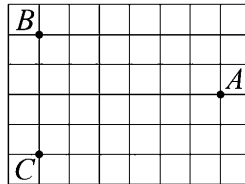
10 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 20$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите AC .

Ответ: _____.

11 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 60, а отношение соседних сторон равно 4:11.

Ответ: _____.

12 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Смежные углы равны.
 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
 3) Если угол равен 108° , то вертикальный с ним равен 108° .

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

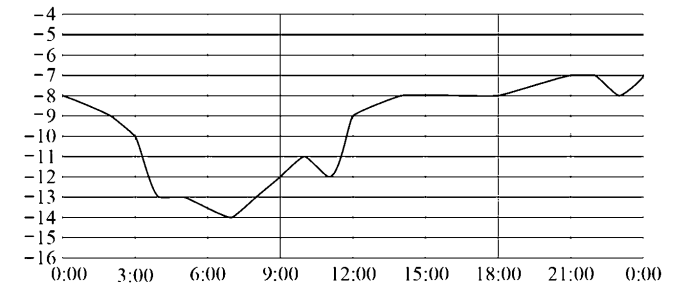
14 В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России, на 1 января 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	11–20	21–40	41–60	61 и более
Размер штрафа, руб.	100	300	1000	2500

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 112 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 90 км/ч ?

- 1) 100 рублей 3) 1000 рублей
 2) 300 рублей 4) 2500 рублей

15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

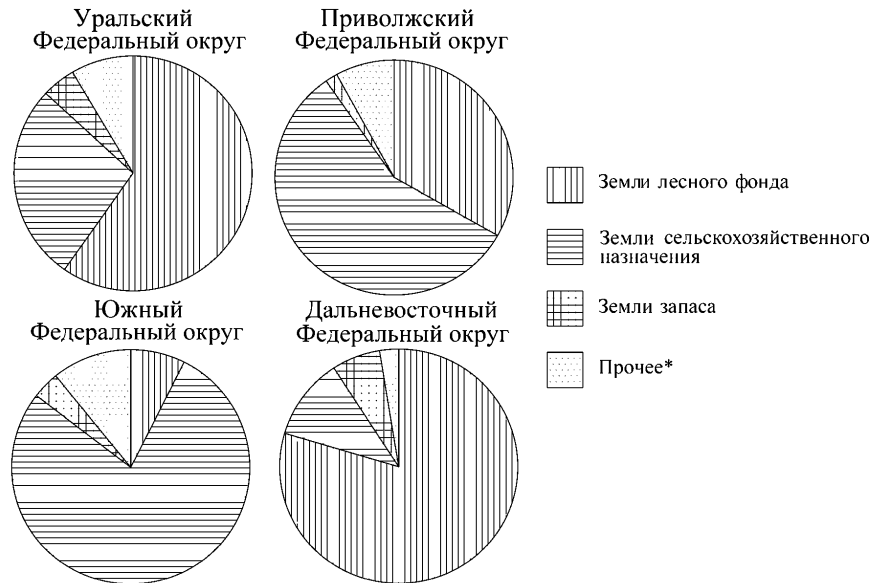
16 Клубника стоит 180 рублей за килограмм, а клюква — 250 рублей за килограмм. На сколько процентов клубника дешевле клюквы?

Ответ: _____.

17 Девочка прошла от дома по направлению на запад 20 м. Затем повернула на север и прошла 800 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 200 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано распределение земель Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного Федеральных округов по категориям. Определите по диаграмме, в каком округе доля земель лесного фонда превышает 70%.



*Прочее — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

- 1) Уральский ФО 3) Южный ФО
 2) Приволжский ФО 4) Дальневосточный ФО

- 19** Миша, Олег, Настя и Галя бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет Галя.

Ответ: _____.

- 20** Чтобы перевести значения температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}\text{F}$) пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 158° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите уравнение $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$.
- 22** Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?
- 23** Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Основания трапеции равны 4 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
- 25** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .
- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 1, 2 и 6 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Вариант МА90101

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	3,6	11	120
2	2	12	2
3	3	13	12
4	-20	14	1
5	134	15	8
6	-386	16	7
7	1	17	730
8	3	18	4
9	54	19	0,2
10	10	20	231,8

Вариант МА90102

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	4,2	11	180
2	3	12	1
3	3	13	3
4	-34	14	3
5	134	15	16
6	301	16	28
7	3,5	17	170
8	2	18	2
9	7	19	0,6
10	54	20	15,8

Вариант МА90103

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	4,4	11	204
2	4	12	3
3	1	13	13
4	3	14	4
5	214	15	-7
6	122	16	36
7	14	17	410
8	1	18	1
9	26	19	0,5
10	18	20	120,2

Вариант МА90104

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	3,6	11	180
2	3	12	3
3	1	13	12
4	-20	14	3
5	134	15	-7
6	122	16	7
7	1	17	170
8	2	18	1
9	26	19	0,2
10	10	20	15,8

Вариант МА90105

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	15,3	11	240
2	1	12	4
3	4	13	3
4	6,3	14	4
5	321	15	-6
6	-16	16	28
7	0,8	17	100
8	4	18	1
9	54	19	0,25
10	40	20	-14,4

Вариант МА90106

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	8,4	11	176
2	4	12	5
3	3	13	12
4	1,2	14	2
5	231	15	7
6	-13	16	20
7	0,5	17	820
8	2	18	2
9	132	19	0,75
10	8	20	70

Вариант МА90107

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	49,8	11	270
2	3	12	6
3	2	13	2
4	15,75	14	3
5	124	15	-14
6	20	16	6,25
7	1,5	17	1020
8	1	18	4
9	44	19	0,2
10	8	20	117,8

Вариант МА90108

Номер	Ответ	Номер	Ответ
1	15,3	11	176
2	4	12	6
3	2	13	3
4	6,3	14	2
5	231	15	-14
6	20	16	28
7	0,8	17	820
8	2	18	4
9	44	19	0,25
10	40	20	70

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 - 5x^2 - 6x = 0$.

Решение.

Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 - 5x - 6) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 - 5x - 6 = 0$ имеет корни -1 и 6 .

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -1$, $x = 0$ и $x = 6$.

Ответ: $-1; 0; 6$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение.

Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем:

$$\frac{x}{12} - \frac{x}{22} = \frac{5}{4}; \quad \frac{5x}{132} = \frac{5}{4},$$

откуда находим $x = 33$.

Ответ: 33.

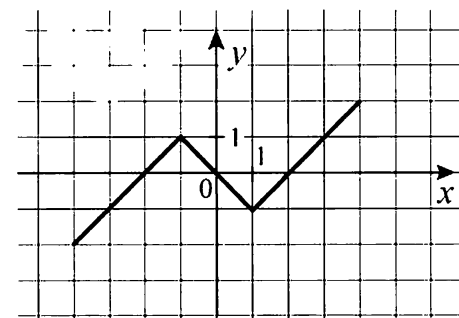
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x-1| - |x+1| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = x - 2$, при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = -x$, а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = x + 2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

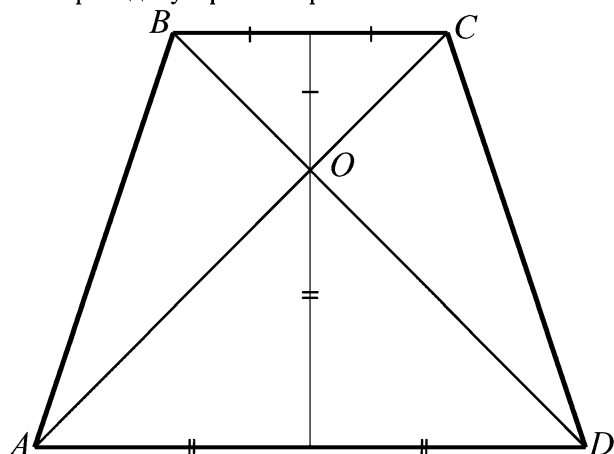
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 16. Найдите её среднюю линию.

Решение.

Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .



Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высота равна средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

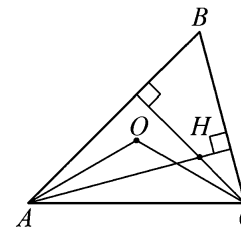
Ответ: 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A, C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство.

Обозначим центр описанной окружности треугольника ABC через O , а точку пересечения высот через H .



Тогда $\angle AOC = 2\angle ABC = 120^\circ$ и $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$. Таким образом, точки A, C, O и H лежат на одной окружности.

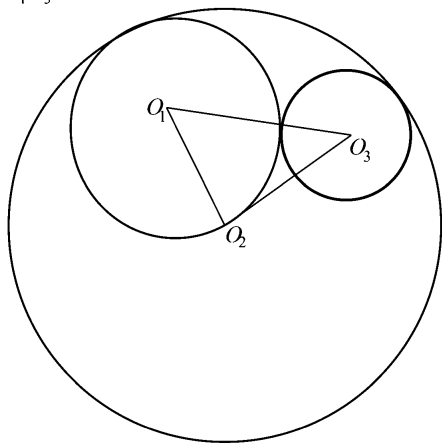
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26

Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 7 и 6 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 14. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение.

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:
 $O_1O_2 = 7$, $O_2O_3 = 8$, $O_1O_3 = 13$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3;$$

$$169 = 49 + 64 - 112 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 8x = 0$.

Решение.

Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 + 2x - 8) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 + 2x - 8 = 0$ имеет корни -4 и 2 .

Таким образом, решение исходного уравнения $x = -4$, $x = 0$ и $x = 2$.

Ответ: $-4; 0; 2$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Артём и Миша выполняют одинаковый тест. Артём отвечает за час на 15 вопросов теста, а Миша — на 18. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Артём закончил свой тест позже Миши на 56 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение.

Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем

$$\frac{x}{15} - \frac{x}{18} = \frac{14}{15}; \quad \frac{x}{90} = \frac{14}{15},$$

откуда находим $x = 84$.

Ответ: 84.

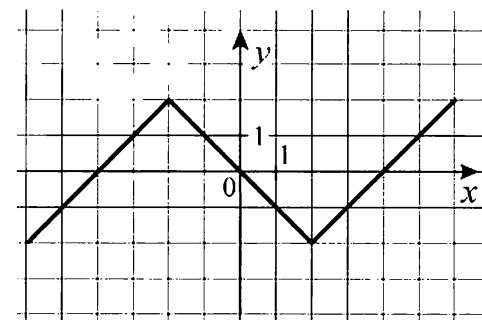
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x - 2| - |x + 2| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 2$ функция принимает вид $y = x - 4$, при $-2 < x < 2$ функция принимает вид $y = -x$, а при $x \leq -2$ функция принимает вид $y = x + 4$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

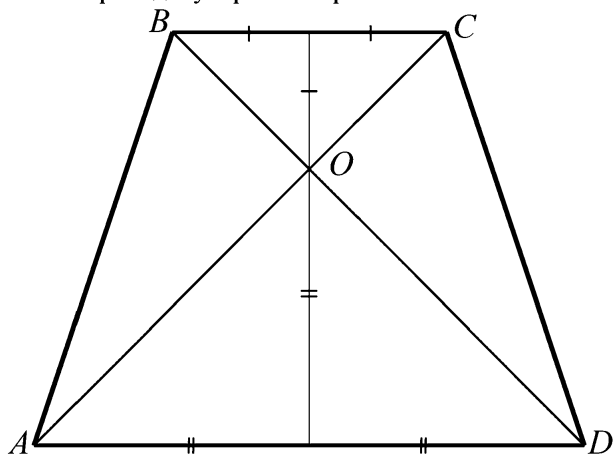
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 11. Найдите её среднюю линию.

Решение.

Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .



Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высота равна средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

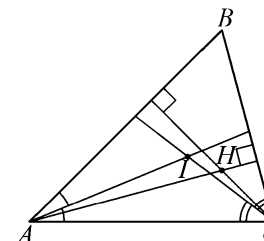
Ответ: 11.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр вписанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство.

Обозначим центр вписанной окружности треугольника ABC через I , а точку пересечения высот через H .



Тогда $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} = 120^\circ$, а $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$. Таким образом, точки A , C , I и H лежат на одной окружности.

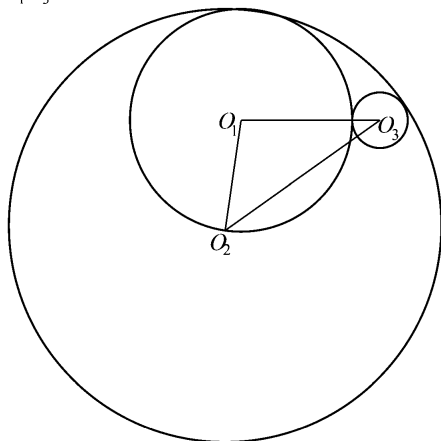
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26

Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 5 и 2 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 10. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение:

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:
 $O_1O_2 = 5$, $O_2O_3 = 8$, $O_1O_3 = 7$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; 49 = 25 + 64 - 80 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$.

Решение.

Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 - 2x - 15) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 - 2x - 15 = 0$ имеет корни -3 и 5 .

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -3$, $x = 0$ и $x = 5$.

Ответ: $-3; 0; 5$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Костя и Руслан выполняют одинаковый тест. Костя отвечает за час на 19 вопросов теста, а Руслан — на 20. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Костя закончил свой тест позже Руслана на 9 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение

Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем:

$$\frac{x}{19} - \frac{x}{20} = \frac{3}{20}; \quad \frac{x}{380} = \frac{3}{20},$$

откуда находим $x = 57$.

Ответ: 57.

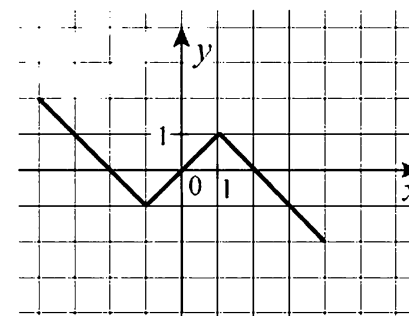
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x+1| - |x-1| - x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = 2 - x$, при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = x$, а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = -x - 2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.

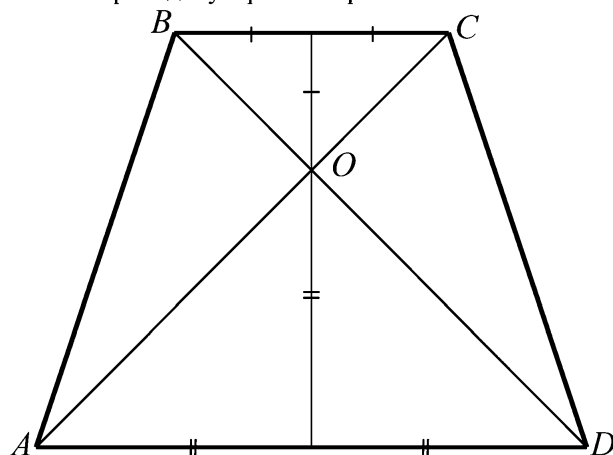
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 19. Найдите её среднюю линию.

Решение.

Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .



Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высота равна средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

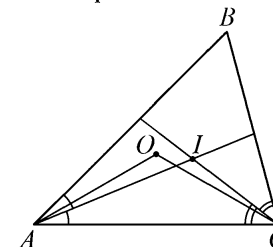
Ответ: 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A, C , центр описанной окружности треугольника ABC и центр вписанной окружности треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство.

Обозначим центр описанной окружности треугольника ABC через O , а центр вписанной окружности через I .



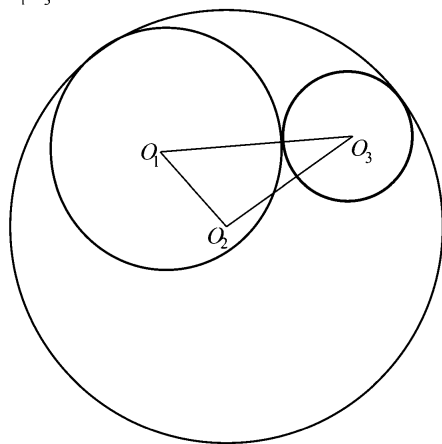
Тогда $\angle AOC = 2\angle ABC = 120^\circ$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} = 120^\circ$. Таким образом, точки A, C, O и I лежат на одной окружности.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 26 Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 7,5. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение.

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:
 $O_1O_2 = 3$, $O_2O_3 = 5$, $O_1O_3 = 7$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; 49 = 9 + 25 - 30 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$.

Решение.

Преобразуем исходное уравнение:

$$x(x^2 - 2x - 15) = 0.$$

Квадратное уравнение $x^2 - 2x - 15 = 0$ имеет корни -3 и 5 .

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -3$, $x = 0$ и $x = 5$.

Ответ: $-3; 0; 5$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение.

Обозначим количество вопросов теста через x . Тогда получаем:

$$\frac{x}{12} - \frac{x}{22} = \frac{5}{4}, \quad \frac{5x}{132} = \frac{5}{4},$$

откуда находим $x = 33$.

Ответ: 33.

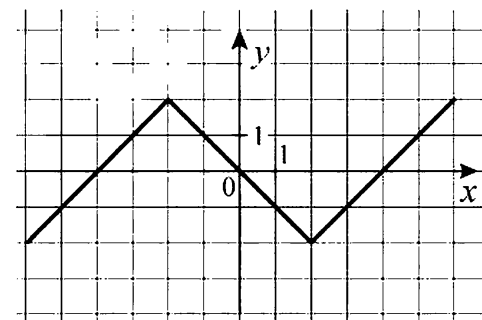
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x-2| - |x+2| + x$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 2$ функция принимает вид $y = x - 4$, при $-2 < x < 2$ функция принимает вид $y = -x$, а при $x \leq -2$ функция принимает вид $y = x + 4$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

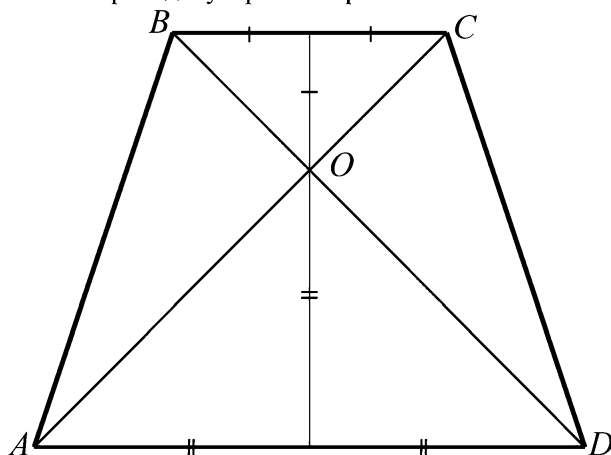
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 19. Найдите её среднюю линию.

Решение.

Пусть в равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O .



Тогда в равнобедренных прямоугольных треугольниках AOD и BOC медианы равны половине основания. Значит, в этих треугольниках высота равна средней линии, и в трапеции $ABCD$ высота равна средней линии.

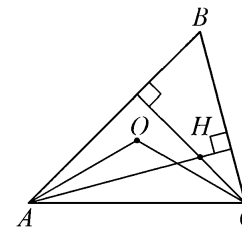
Ответ: 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

Доказательство.

Обозначим центр описанной окружности треугольника ABC через O , а точку пересечения высот через H .



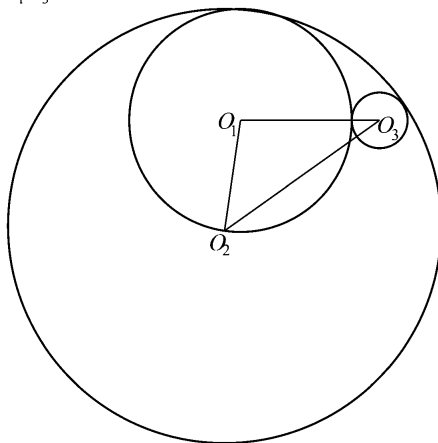
Тогда $\angle AOC = 2\angle ABC = 120^\circ$ и $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$. Таким образом, точки A , C , O и H лежат на одной окружности.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26 Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 5 и 2 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 10. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение:

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$: $O_1O_2 = 5$, $O_2O_3 = 8$, $O_1O_3 = 7$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; 49 = 25 + 64 - 80 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$.

Решение.

Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 - 5t - 6 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -1$ и $t = 6$.

Уравнение $x^2 = -1$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 6$ имеет корни $-\sqrt{6}$ и $\sqrt{6}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{6}$ и $x = \sqrt{6}$.

Ответ: $-\sqrt{6}; \sqrt{6}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{540}$ часть бассейна, а

две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{378}$ часть бассейна. Таким

образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{378} - \frac{1}{540} = \frac{1}{1260}$ часть

бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 21 час.

Ответ: 21.

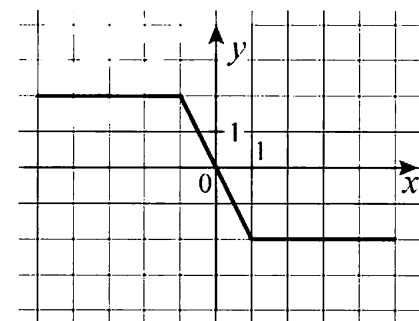
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x-1| - |x+1|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = -2$, при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = -2x$, а при $x \leq -1$ функция принимает вид $y = 2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

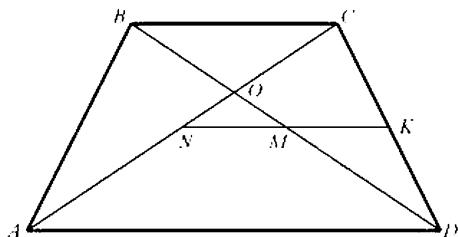
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 Основания трапеции равны 9 и 15. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение.

Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC=9$, $AD=15$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



Тогда NK — средняя линия треугольника ACD , MK — средняя линия треугольника BCD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 3$.

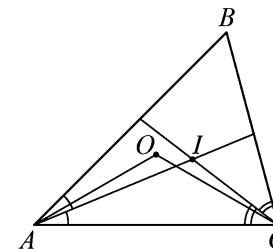
Ответ: 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC точки A, C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство.

В треугольнике ABC имеем $\angle AOC = 2\angle ABC$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$.



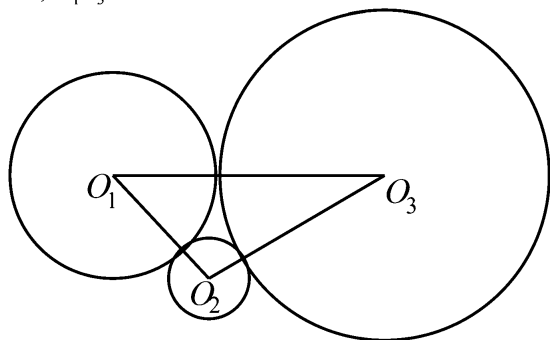
Таким образом, $2\angle ABC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 26** Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 2,5, 0,5 и 4,5 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение.

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:
 $O_1O_2 = 3$, $O_2O_3 = 5$, $O_1O_3 = 7$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; \quad 49 = 9 + 25 - 30 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$.

Решение.

Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 + 2t - 8 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -4$ и $t = 2$.

Уравнение $x^2 = -4$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 2$ имеет корни $-\sqrt{2}$ и $\sqrt{2}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{2}$ и $x = \sqrt{2}$.

Ответ: $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 45 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 21 час. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1260}$ часть бассейна,

а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{525}$ часть бассейна. Таким

образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{525} - \frac{1}{1260} = \frac{1}{900}$ часть

бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 15 часов.

Ответ: 15.

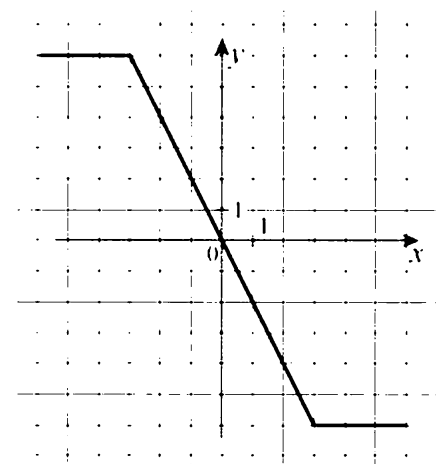
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 3$ функция принимает вид $y = -6$, при $-3 < x < 3$ функция принимает вид $y = -2x$, а при $x \leq -3$ функция принимает вид $y = 6$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

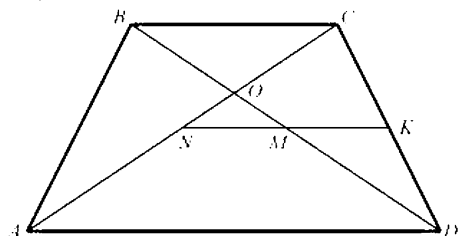
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 Основания трапеции равны 16 и 34. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение.

Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC=16$, $AD=34$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



Тогда NK — средняя линия треугольника ACD , MK — средняя линия треугольника BCD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 9$.

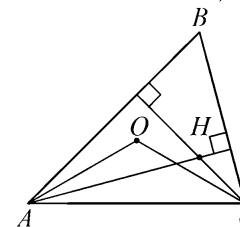
Ответ: 9.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и точка пересечения высот H лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство.

В треугольнике ABC имеем $\angle AOC = 2\angle ABC$, а $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$.



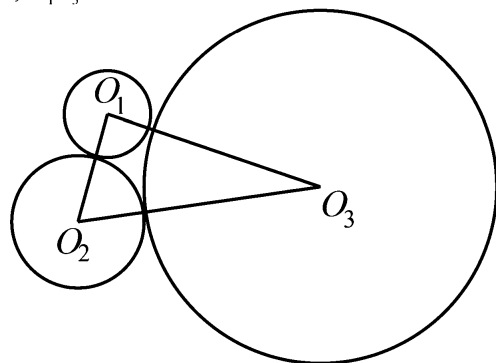
Таким образом, $2\angle ABC = 180^\circ - \angle ABC$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26 Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 1, 2 и 6 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение.

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:
 $O_1O_2 = 3$, $O_2O_3 = 8$, $O_1O_3 = 7$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; \quad 49 = 9 + 64 - 48 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$.

Решение.

Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 - 2t - 15 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -3$ и $t = 5$.

Уравнение $x^2 = -3$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 5$ имеет корни $-\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{5}$ и $x = \sqrt{5}$.

Ответ: $-\sqrt{5}; \sqrt{5}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 57 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 19 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1140}$ часть бассейна,

а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{57}$ часть бассейна. Таким

образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{57} - \frac{1}{1140} = \frac{1}{60}$ часть

бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 1 час.

Ответ: 1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x+1| - |x-1|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

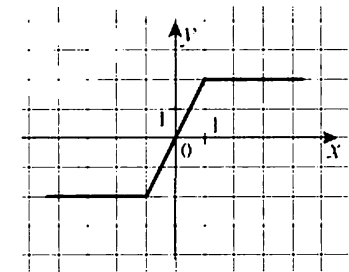
Решение.

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 1$ функция принимает вид $y = 2$,

при $-1 < x < 1$ функция принимает вид $y = 2x$, а при $x \leq -1$ функция

принимает вид $y = -2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$.

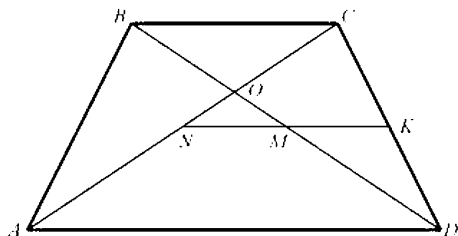
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 Основания трапеции равны 4 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение.

Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC=4$, $AD=9$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



Тогда NK – средняя линия треугольника ACD , MK – средняя линия треугольника BCD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 2,5$.

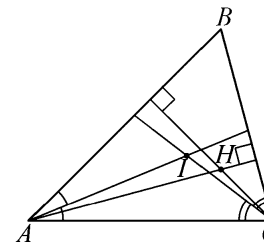
Ответ: 2,5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , точка пересечения высот H и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство.

В треугольнике ABC имеем $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$.



Таким образом, $180^\circ - \angle ABC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

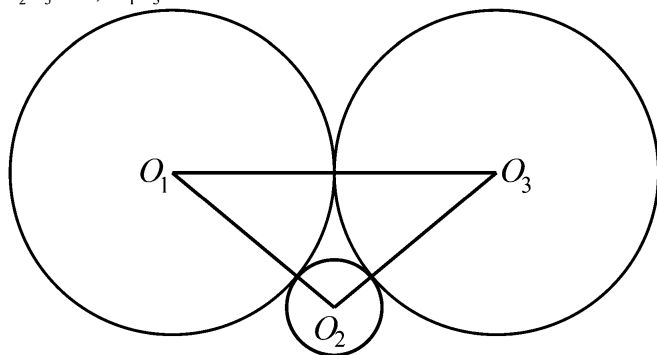
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26

Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 6, 1 и 7 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение.

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$: $O_1O_2 = 7$, $O_2O_3 = 8$, $O_1O_3 = 13$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3;$$

$$169 = 49 + 64 - 112 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$.

Решение.

Пусть $t = x^2$, тогда исходное уравнение принимает вид $t^2 - 2t - 15 = 0$.

Полученное квадратное уравнение имеет корни $t = -3$ и $t = 5$.

Уравнение $x^2 = -3$ не имеет корней.

Уравнение $x^2 = 5$ имеет корни $-\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = -\sqrt{5}$ и $x = \sqrt{5}$.

Ответ: $-\sqrt{5}; \sqrt{5}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{540}$ часть бассейна, а

две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{378}$ часть бассейна. Таким

образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{378} - \frac{1}{540} = \frac{1}{1260}$ часть

бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 21 час.

Ответ: 21.

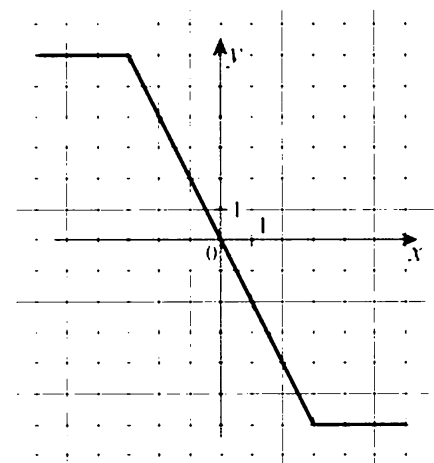
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	3
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

23 Постройте график функции $y = |x - 3| - |x + 3|$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Раскрывая модули, получаем, что при $x \geq 3$ функция принимает вид $y = -6$, при $-3 < x < 3$ функция принимает вид $y = -2x$, а при $x \leq -3$ функция принимает вид $y = 6$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

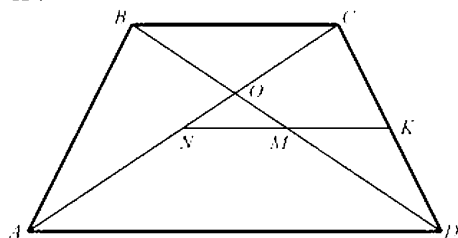
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	4
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

24 Основания трапеции равны 4 и 9. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение.

Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC=4$, $AD=9$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .



Тогда NK – средняя линия треугольника ACD , MK – средняя линия треугольника BCD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и $NM = NK - MK = 2,5$.

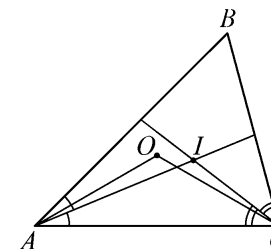
Ответ: 2,5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

25 В остроугольном треугольнике ABC точки A, C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Доказательство.

В треугольнике ABC имеем $\angle AOC = 2\angle ABC$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$.



Таким образом, $2\angle ABC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$, значит, $\angle ABC = 60^\circ$.

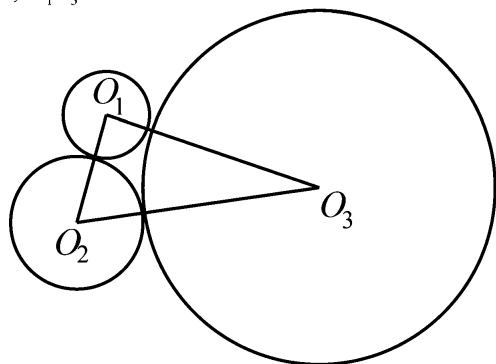
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

26

Три окружности с центрами O_1 , O_2 и O_3 и радиусами 1, 2 и 6 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение.

Из условия касания окружностей находим стороны треугольника $O_1O_2O_3$:
 $O_1O_2 = 3$, $O_2O_3 = 8$, $O_1O_3 = 7$.



По теореме косинусов

$$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_2O_3^2 - 2O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot \cos \angle O_1O_2O_3; 49 = 9 + 64 - 48 \cos \angle O_1O_2O_3,$$

откуда $\cos \angle O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}$; $\angle O_1O_2O_3 = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4